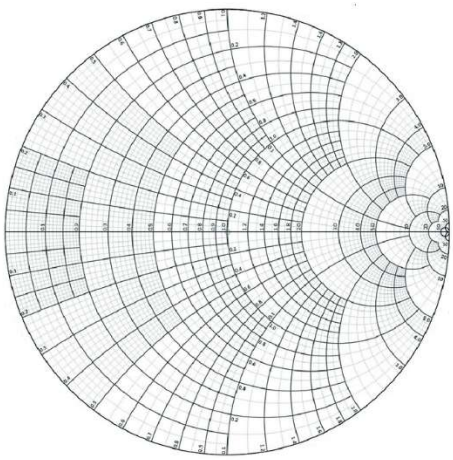
F4AEM Rollet Dominique

L’abaque de Smith (1/3)

Présentation

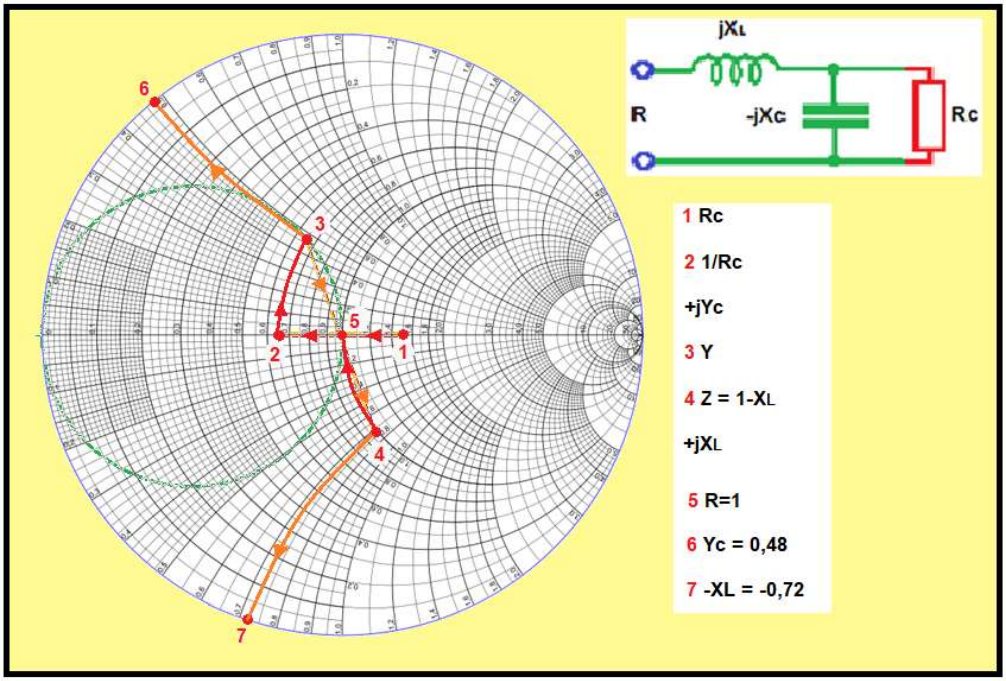




Phillip Hagar Smith (1905/1987) Bell Laboratories. ***Indicatif radioamateur : 1ANB***

L’abaque de Smith permet d’étudier le comportement électrique des montages comportant des impédances complexes localisées (R, L, C, …) ou des impédances à constante répartie (lignes, guides d’onde et antennes). Cet abaque est un monogramme inventé en 1937 par Philipp Smith au Bell-Labs, son emploi permet de calculer essentiellement les circuits d’adaptation par exemple, pour les lignes de transmission ou les entrées et sorties des amplificateurs RF et hyper, il est toujours d’actualité et il est utilisé dans les logiciels CAO RF comme dans la présentation des mesures avec les analyseurs vectoriels (VNA). Il permet de faire des résolutions graphiques (règle, compas et autres) et de comprendre et de résoudre des calculs d’adaptation ou d’utiliser des programmes informatiques spécifiques, l’emploi de langages scientifiques (ex : Matlab, Mathcad, Scilab, Python et autres) ou des utilitaires spécifiques (SimSmith, Sonnet, SimNEC, Qucs et une multitude d’autres logiciels de conception amateur ou pro).

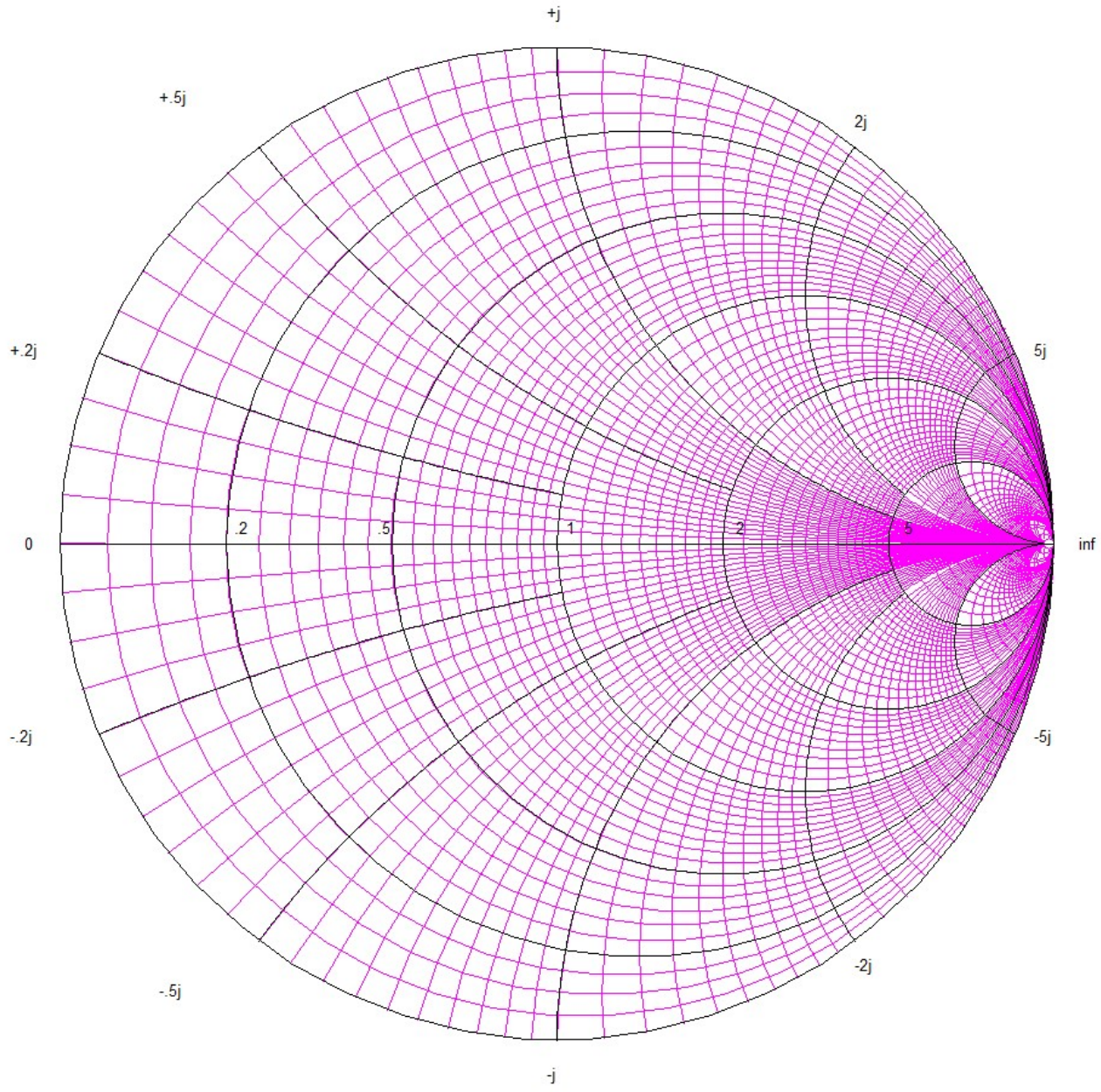
Pour illustrer ce que nous pourrons faire avec l’abaque de Smith, nous présentons ici comme exemple la résolution graphique du calcul d’un circuit d’adaptation, évidement sans le détailler pour l’instant, ce qui sera vu plus loin. Il s’agit de savoir situer sur l’abaque la valeur des impédances et de les lire selon les coordonnées curvilignes, de savoir inverser les valeurs pour passer de **z** à **y=1/z**, de se déplacer sur les arcs de cercles complexes et d’en déduire la valeur des réactances mises en jeu.



En partant de **Rc** en (1) mettant une capacité en parallèle (2,3) puis une inductance en série avec le tout (4,5), on aura effectué une transformation d'impédance, l'adaptation sera réalisée, ici, au centre de l'abaque (5). On se déplace sur des arcs de cercle représentant les parties réelles ou complexes des impédances ou de leur inverse, les admittances.

Ces opérations graphiques ne sont pas très précises d'autant qu'il y a cumul des incertitudes à chaque déplacement, mais avec les outils informatiques, ce n'est plus si critique.

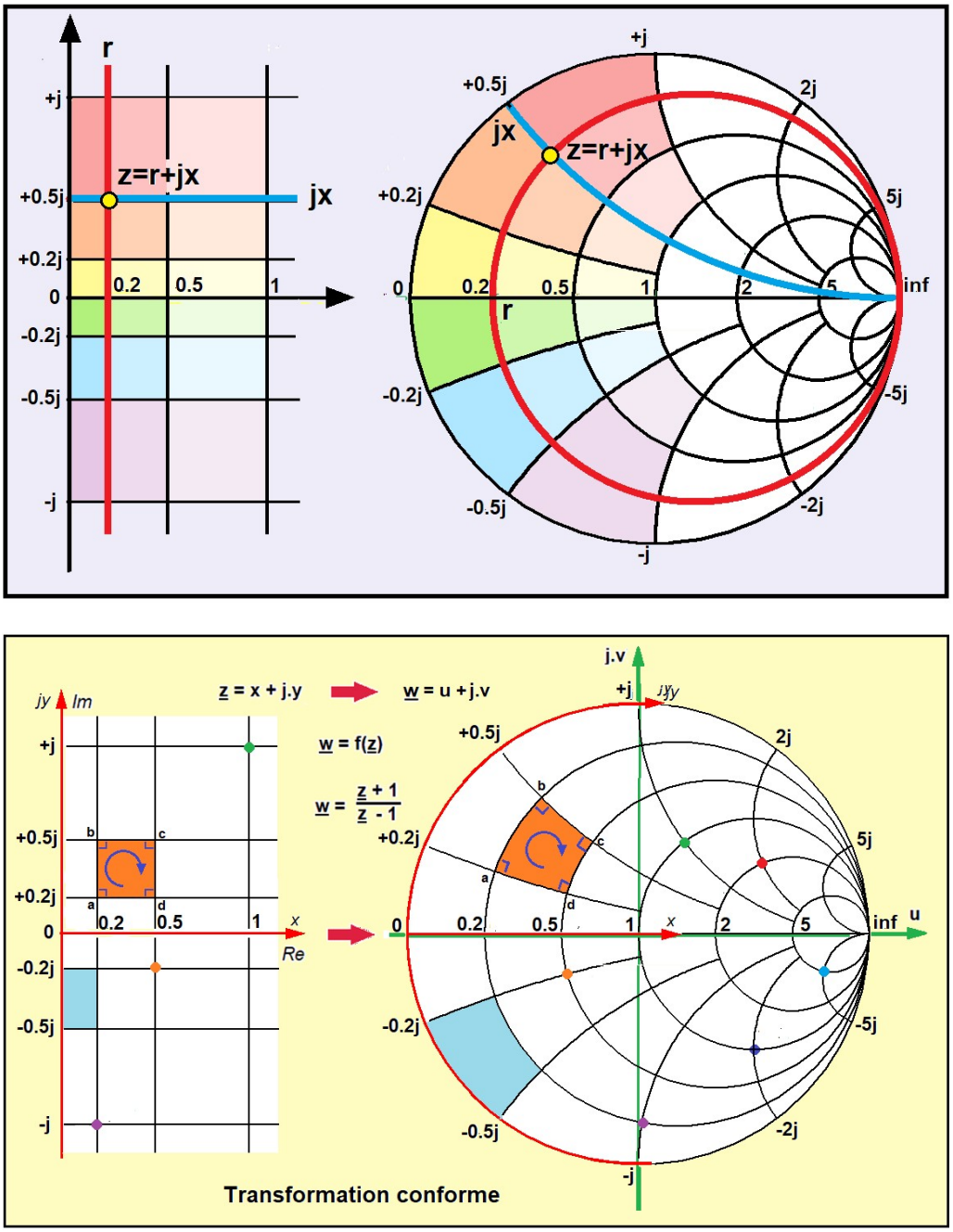
L'abaque de Smith permet de comprendre, les transformations subies par les impédances et reste d'actualité avec les appareillages modernes comme l'analyseur vectoriel (VNA)



smith.m grdsmith.m

note : ayant développé, bien avant la commercialisation du toolbox RF par Ansoft, des applications RF en Matlab pour des travaux pratiques pour ses étudiants, l'auteur de ces lignes les utilise ici pour leur qualité graphique.

Approche mathématique : Le plan d'origine des impédances complexes est rectangulaire, c'est un plan infini et orthonormé qui correspond à celui utilisé précédemment avec les diagrammes de Fresnel. Dans la grande majorité des problèmes on n'utilise que le demi-plan avec la partie réelle positive, seuls les amplificateurs ayant une stabilité conditionnelle et les oscillateurs peuvent présenter des résistances négatives et avoir leur image à gauche dans le plan complexe. On fait subir à chaque point de ce demi-plan la transformation de Smith qui va l'enfermer dans un cercle. Tout ce demi-plan de surface infinie aura, après cette transformation, une surface et des dimensions finies, on pourra donc plus facilement résoudre les cas d'impédances très grandes, de zéro à l'infini en réel comme en imaginaire ce qui n'est pas faisable avec nos diagrammes de Fresnel précédents.

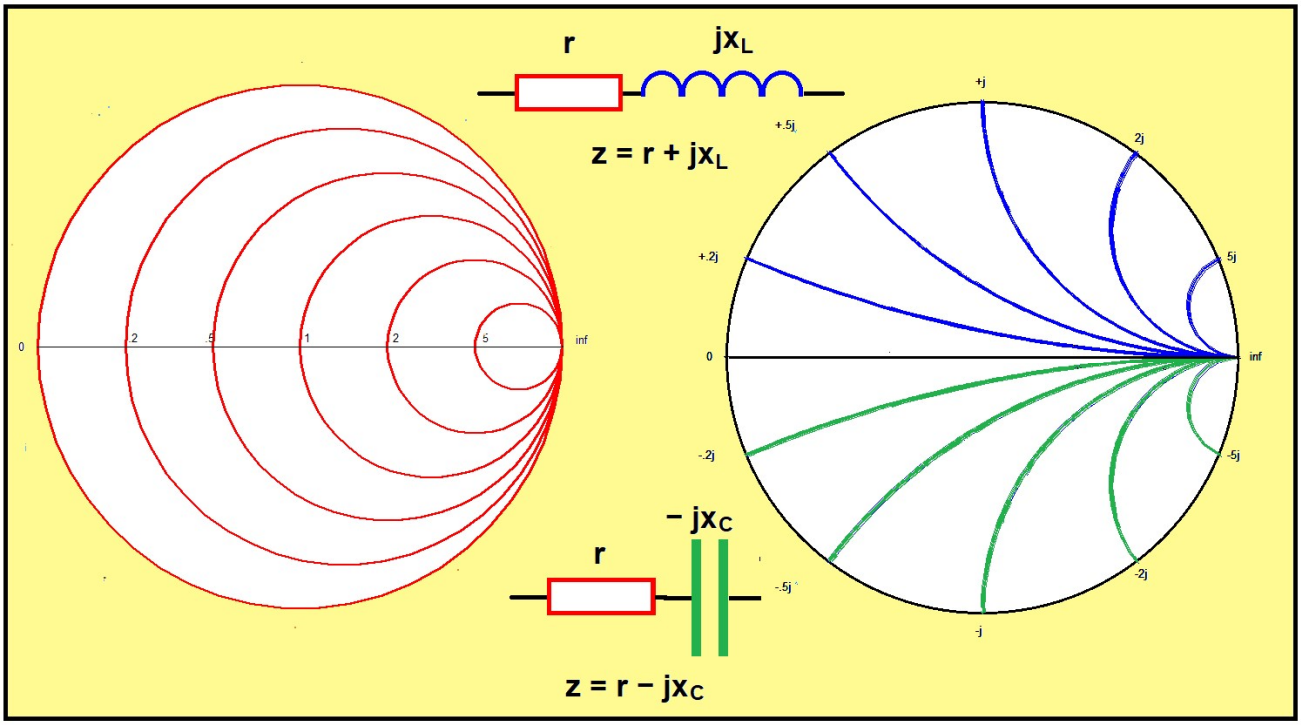


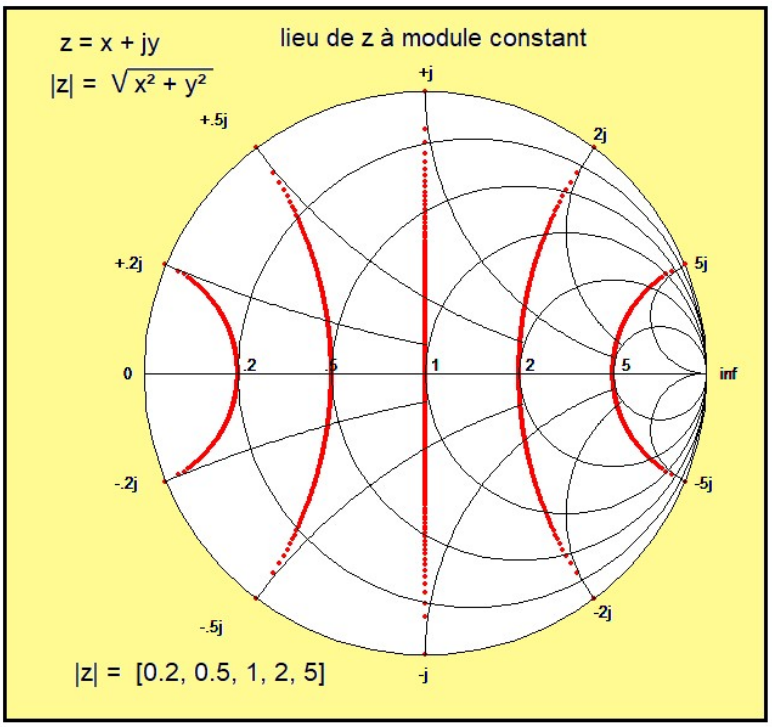
Représentation des deux plans.

La transformation complexe est la suivante : $w = f(z) = \frac{z-1}{z+1}$. La nouvelle variable w définie un nouveau plan complexe infini possédant une partie réelle et une partie imaginaire $w = u + j.v$. Tout le demi-plan d'origine situé à droite (partie réelle

positive est projeté à l'intérieur du cercle, avec la transformation utilisée ici, l'extérieur de ce cercle est l'image du demi plan gauche, celui à partie réelle négative et qu'on utilise peu. Une telle transformation est dite conforme car elle conserve la valeur des angles droits et leur orientation sur un parcours fermé comme par exemple le rectangle **abcd** qui devient curviligne au sens mathématique de la géométrie.

Cercles à partie réelle constantes (résistance) et à parie imaginaire constante (réactances)

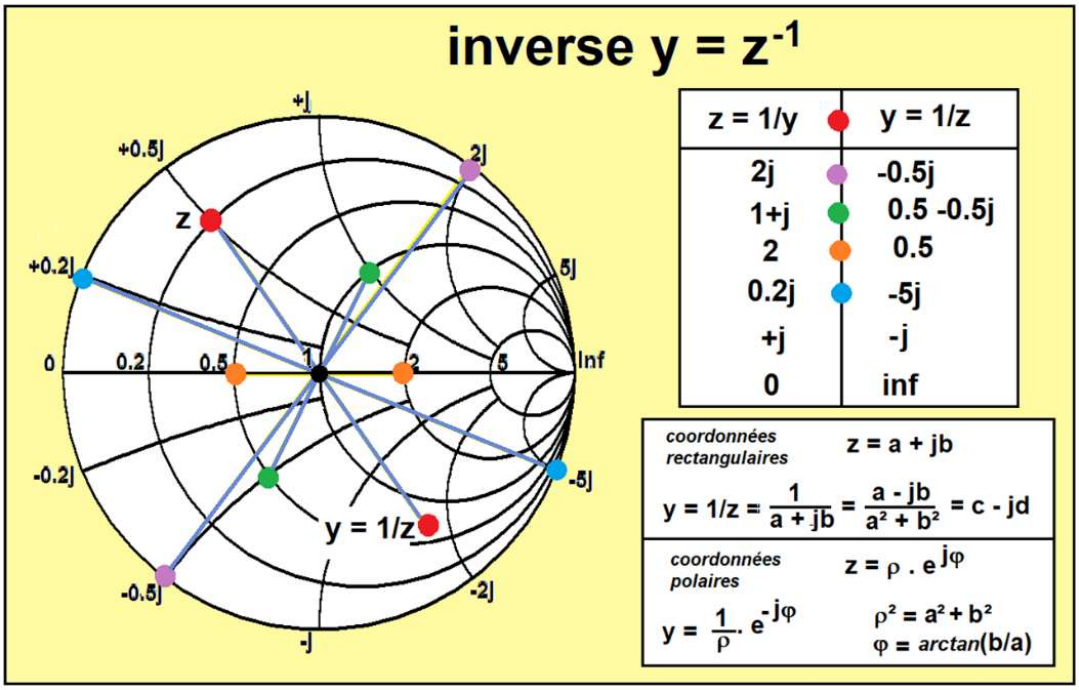




Les droites horizontales et verticales du plan d'origine, liées aux graduations sont orthogonales entre elles, leur image dans le plan transformé seront des cercles orthogonaux entre eux. Le choix de la transformation $w = f(z) = \frac{z-1}{z+1}$ est très pertinent de

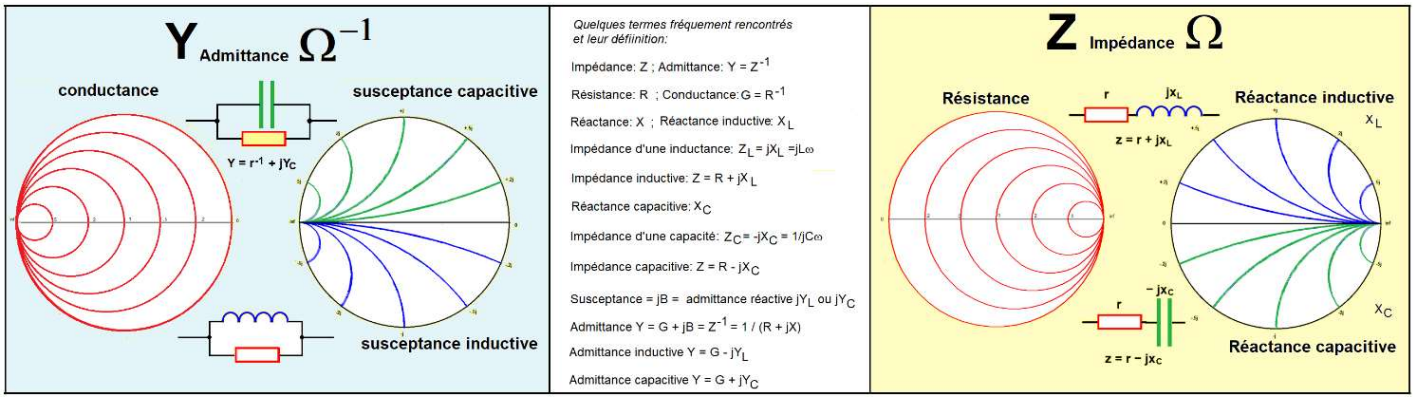
la part de son inventeur, car c'est aussi la même expression mathématique que celle du coefficient de réfléxion des lignes désadaptées : $\rho = \frac{z-1}{z+1}$. L'abaque de Smith permetra donc avec des arcs de cercle (compas et rapporteur d'angle) de connaitre l'impédance et le niveau des signaux vue à travers un tronçon de ligne de longueur donnée qu'on pourra percevoir comme transformateur d'impédance.

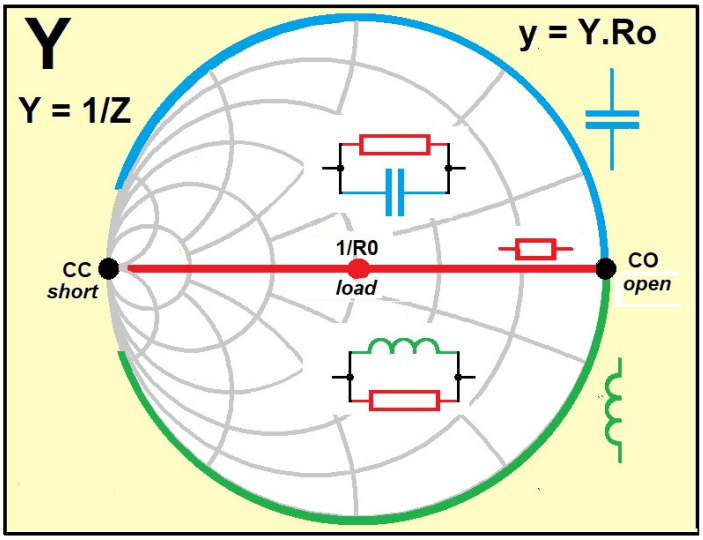
La lecture des parties réelles et imaginaires se fera maintenant en suivant ces courbes curvilignes. L'axe imaginaire de longueur infinie devient un cercle de rayon unité, la partie supérieure pour les valeurs positives et la partie inférieure pour les négatives. Le demi axe des valeurs réelles de longueur infinie devient le diamètre de horizontale de ce cercle. Toutes les très grandes valeurs jusqu'à l'infini, réelles imaginaires pures ou complexes se retrouvent au point **inf**. On peut constater en observant le quadrillage du premier abaque peu de déformation pour les petits rectangles situés dans les petites valeurs autour du zéro et de très grosses déformations pour les grands rectangles situés dans les zône de fortes valeurs.	***A titre d'exercice*** *vous pouvez essayer de situer sur les graphes (cartésien et de Smith) les valeurs complexes suivantes :* **Lecture** 0.5 - 0.2j 0,2 - j 1 + j 1 +2j 1 - 2j 2+2j 5 - 5j

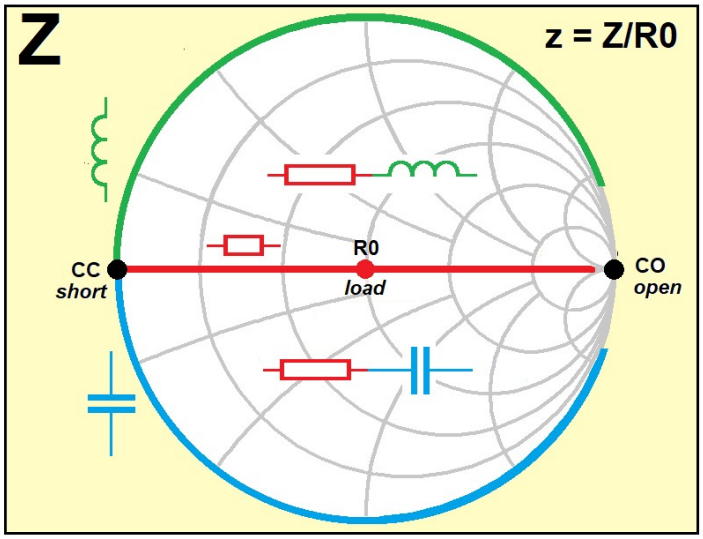


L'abaque de Smith va servir au calcul des circuits électriques ayant des impédances complexes liées au régime harmonique, celui-ci est défini pour une fréquence fixe ou pour tout une bande de fréquence. Selon l'utilisation, elle varie des basses fréquences (VLF, LF), des radiofréquences (RF, VHF, UHF) aux hyperfréquences et même jusqu'aux fréquences optiques. Les premières résolutions graphiques se font généralement à une fréquence fixe, par contre l'utilisation avec un analyseur vectoriel (VNA) se fait sur une bande de fréquence (Fmin à Fmax).

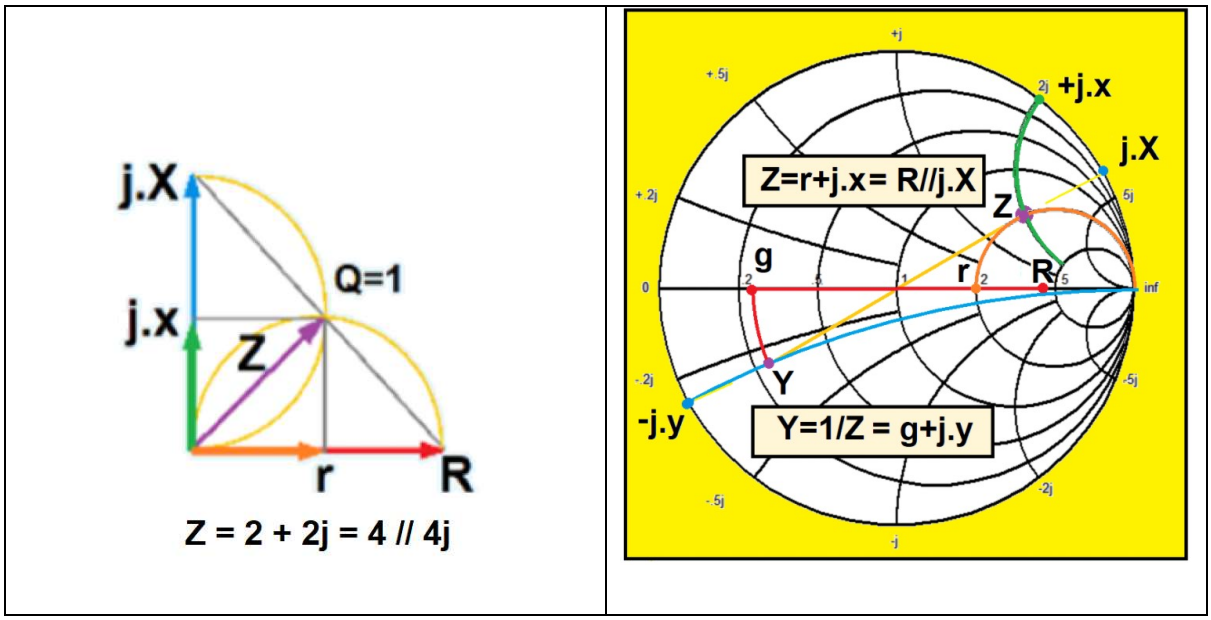
L'abaque de Smith et les circuits électriques : Pour la représentation sur l'abaque, les valeurs des impédances seront toujours normalisées (réduites), on travaillera toujours avec des grandeurs relatives **r = R/R0** en référence à une valeur **R0**, comme par exemple 50Ω, ce qui donne par exemple pour **R**=150Ω et **R0**=50Ω **r**=3. Dans cette présentation, on conviendra d'utiliser les majuscules (**R**, **Z**, **Y**) pour dénommer les vraies impédances et les minuscules pour les grandeurs normalisées (**r = R/R0, z=Z/R0, y=Y. R0**), évidement ces grandeurs réduites étant relatives à **R0** n'ont pas d'unité. L'abaque est souvent utilisé dans le sens direct, celui de la lecture des impédances. Pour les impédances réduites z = Z/R0 = r + jx, la partie supérieure (à partie imaginaire positive) est la zone des impédances inductives et la partie inférieure celle des impédances capacitives. Le diagramme peut être utilisé inversé celui de la lecture des admittances (inverse des impédances), il représente alors les admittances réduites inverses des impédances : Y= 1/Z et y =Y.R0 = g + jb.



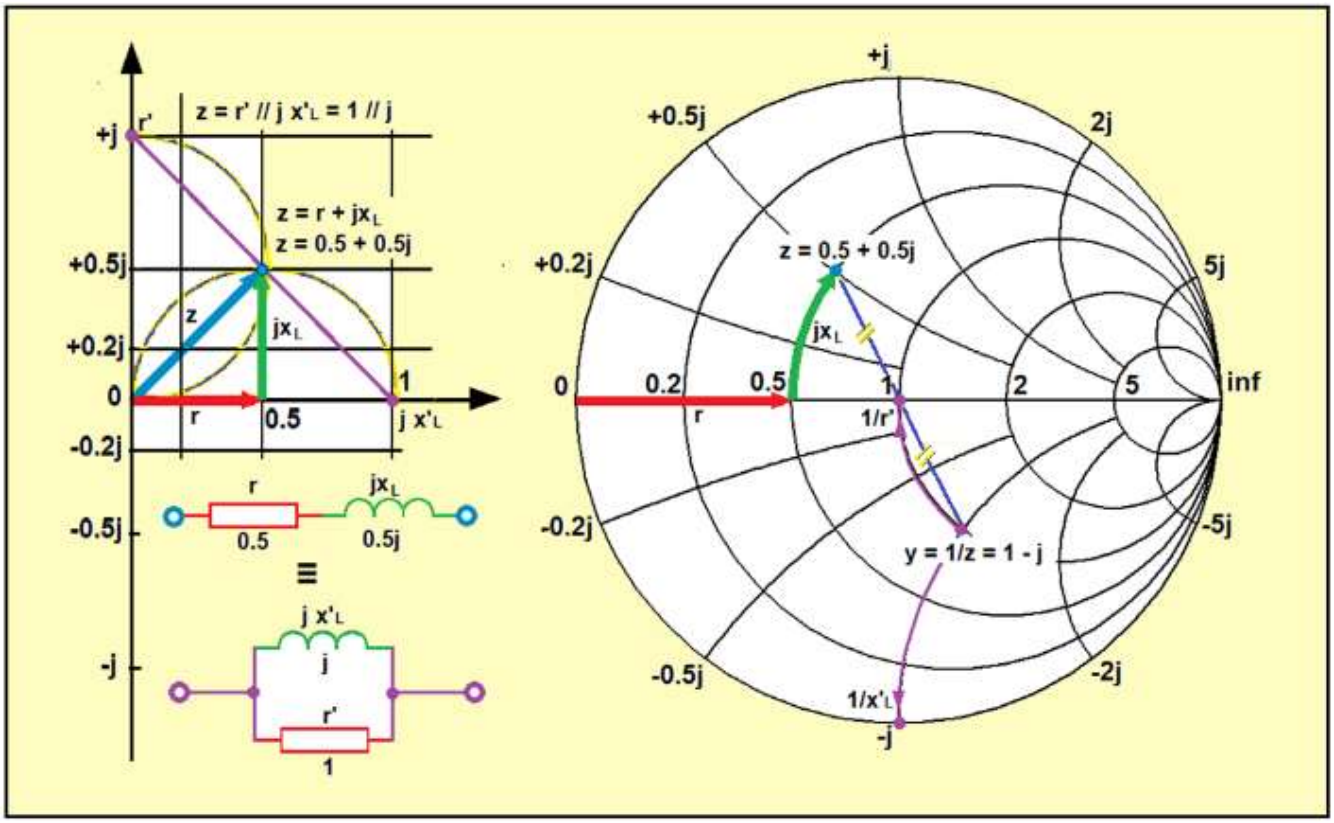




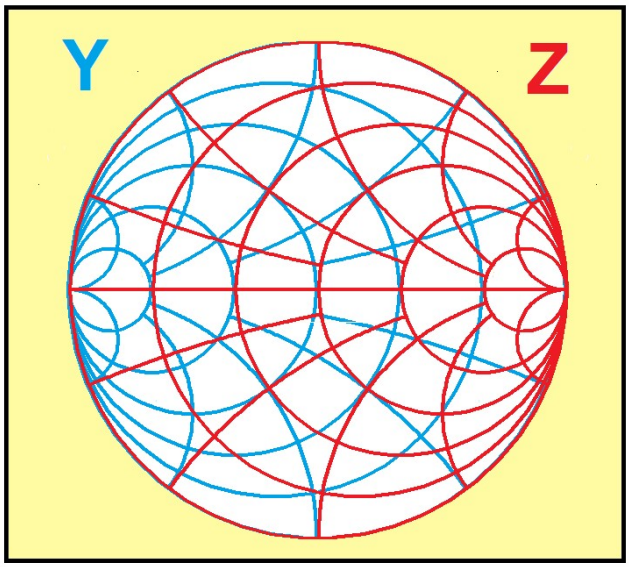
Exercice : Transformation série, parallèle : comparez les deux méthodes graphiques, celles des graphes cartésiens avec le diagramme de Fresnel et celle du diagramme circulaire de Smith. Nous rencontrons ici trois inversions graphiques : Y = 1/Z, R=1/g et jX =1/(-jy)



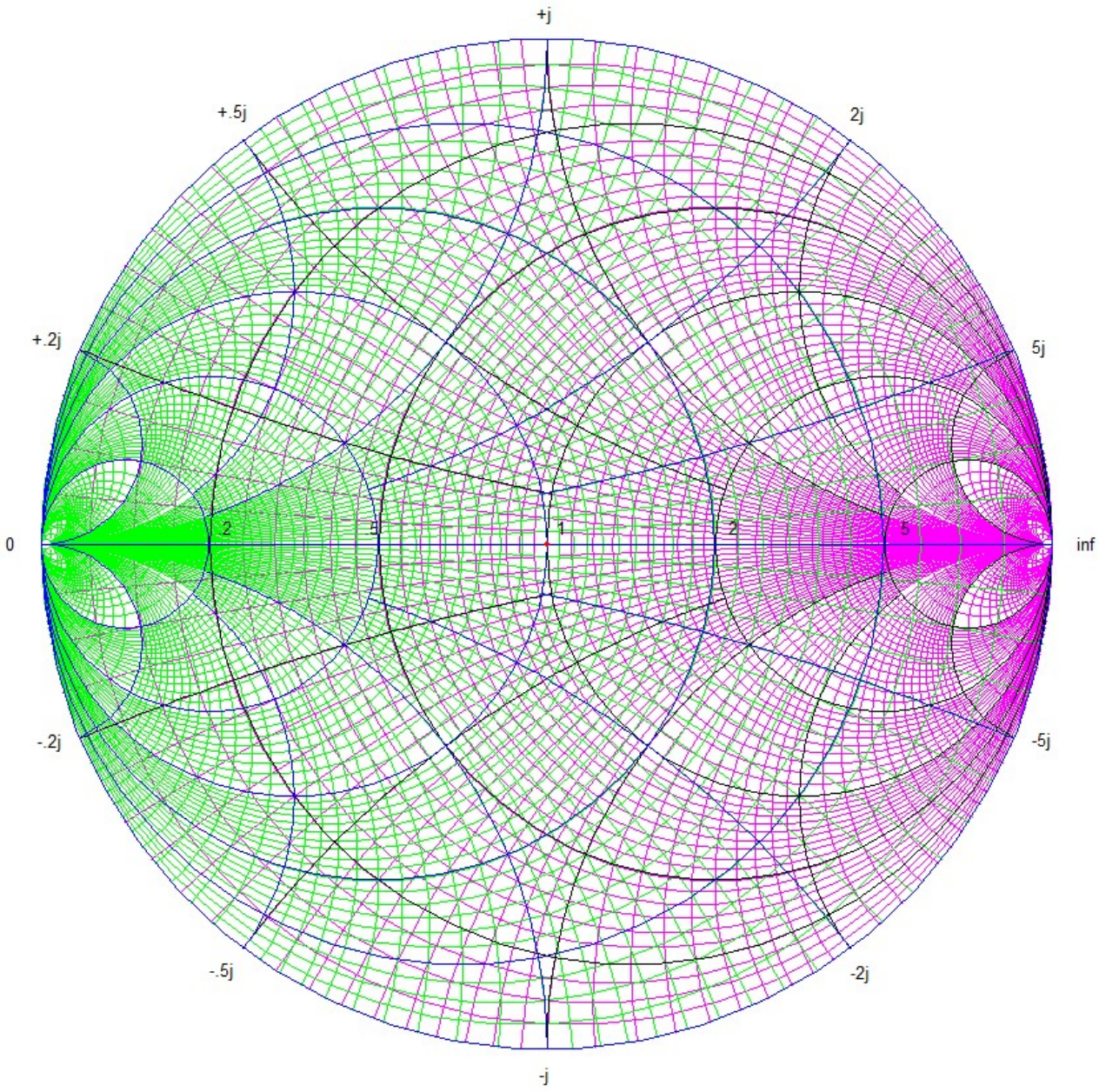
Même exercice pour Z=0,5 + 0,5j = 1 // j



En superposant deux abaques de Smith en Z et en Y, les conversions précédentes seront simplifiées. Il est donc parfois plus commode de superposer les deux graphes en particulier pour étudier les montages en échelle. Comme les impédances réduites et les admittances réduites n'ont pas d'unité, ce sont tous les deux des nombres complexes, ils peuvent représentez sur un même graphe.



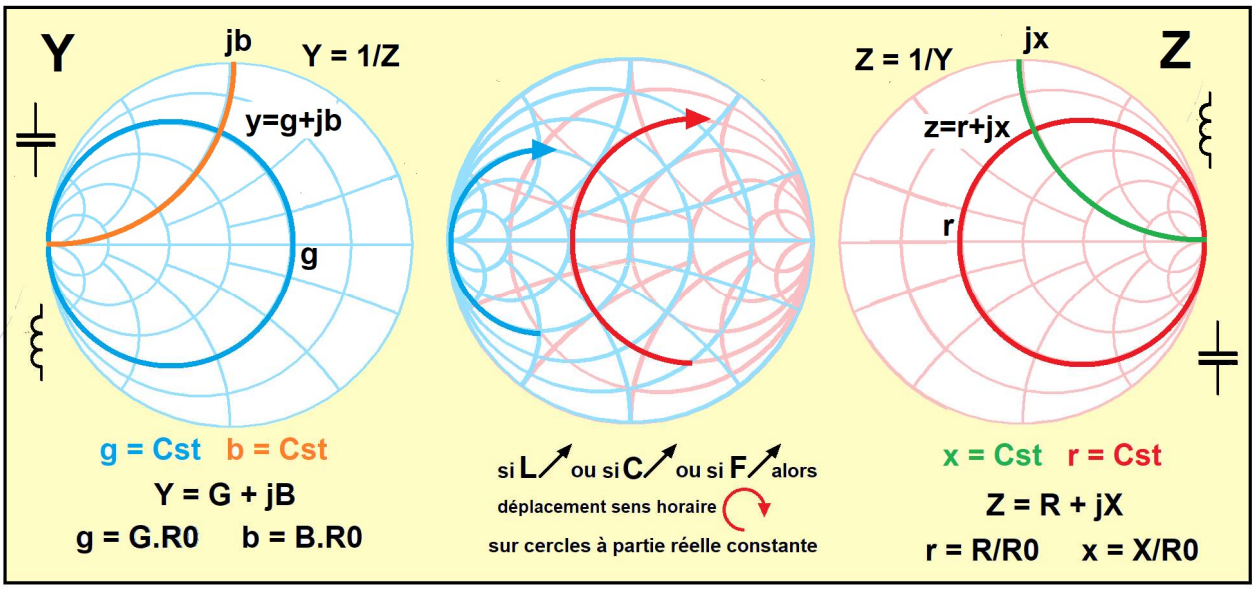
Avec un abaque double, un point de l'abaque ou un lieu (courbe) pourront être lus comme impédance ou comme admittance sans avoir besoin de faire une inversion complexe, ce qui simplifie les constructions géométriques. Par contre il est difficile de se procurer ces abaques en bonne résolution, ils nécessitent l'emploi de deux couleurs d'impression.

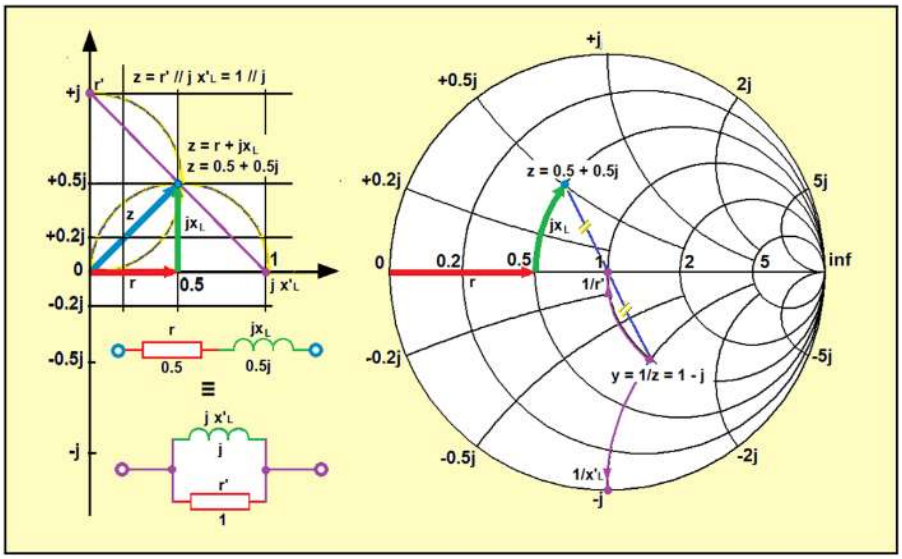


smith.m grdsmith.m

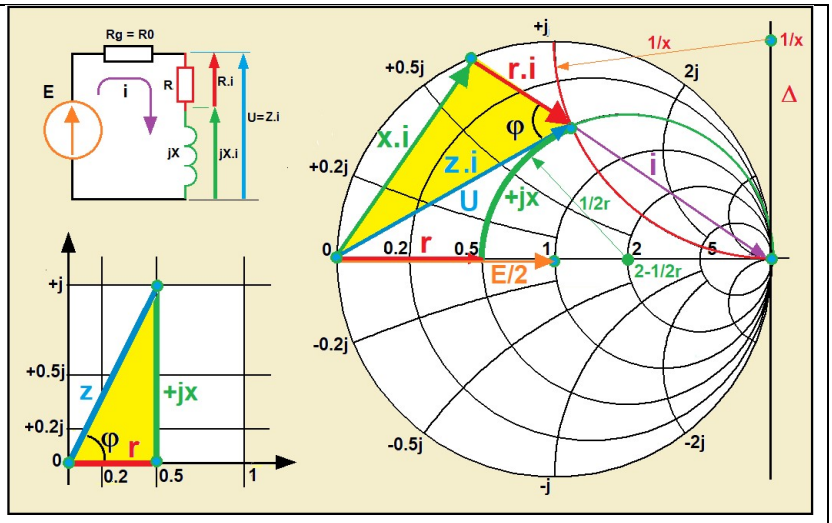
Les valeurs numériques indiquées sur l'axe des réels sont celles de l'abaque direct (Z en mauve), pour les valeurs intermédiaires vous devez évaluer localement la valeur d'un pas de la grille mauve puis interpoler pour les valeurs plus fines. Faites de même pour les valeurs imaginaires indiquées à la périphérie du cercle.

Pour l'abaque inversé (Y en vert), utilisez les mêmes indications et calculez en l'inverse (ex : 0,2 --> 5, -5j → -0,2j)





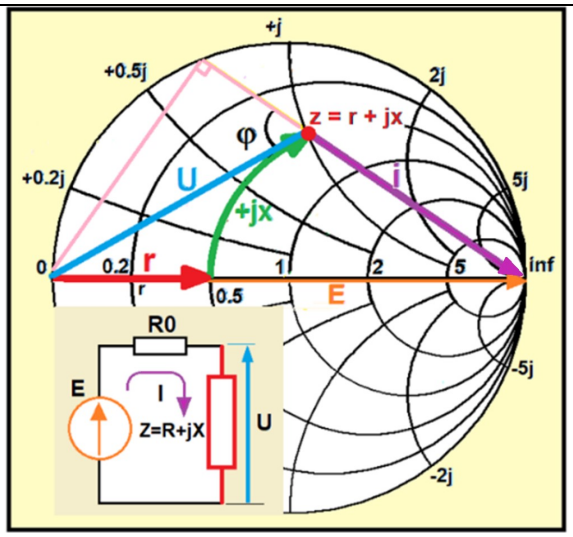
Comme nous l'avons vu l'opération de transformation bilinéaire $w = f(z) = \frac{z-1}{z+1}$ permet d'obtenir graphiquement l'abaque par une transformation conforme, et ainsi passer du diagramme de Fresnel cartésien à l'abaque circulaire de Smith. Il est quand même remarquable de constater que le diagramme de Fresnel n'est pas disparu dans l'abaque de Smith et qu'il y figure en bonne place, sous la forme d'un diagramme des tensions.



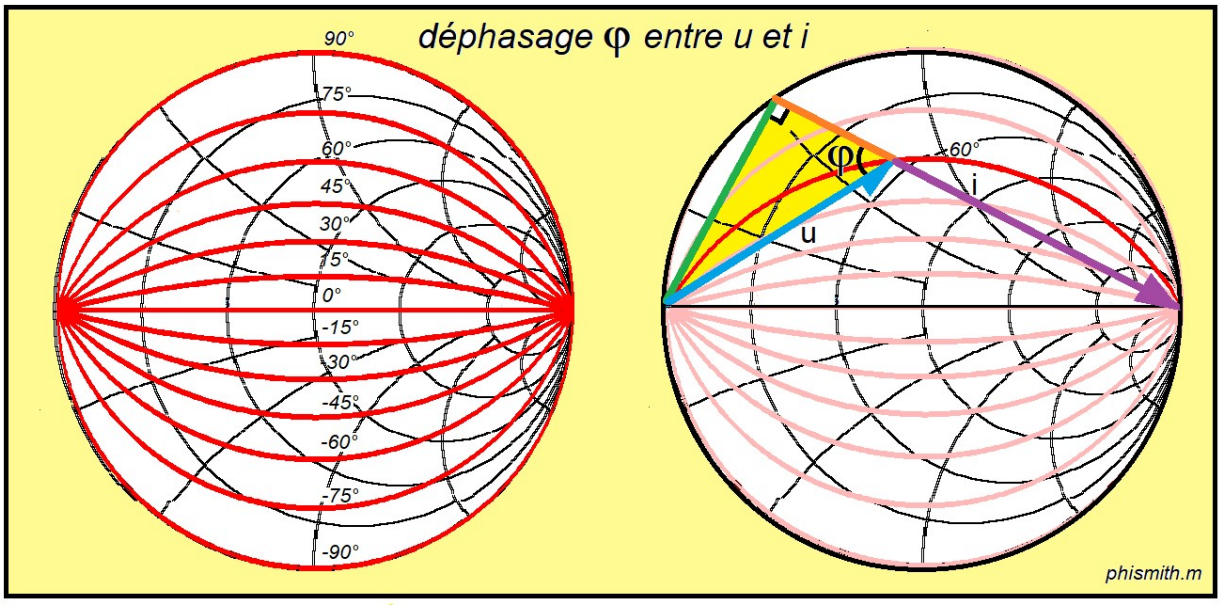
Cette construction permet d'évaluer graphiquement les tensions, le courant et l'angle de déphasage (E,U,i,φ), valable aussi avec les lignes de transmission par la suite.

La mesure d'une des deux grandeurs est arbitraire, l'autre en est dépendante par la relation U = R0. I, R0 résistance nominale ou caractéristique servant de référence :

r = R/R0



Le lieu des phases constantes sur l'abaque de Smith se déduit de cette construction précédente.

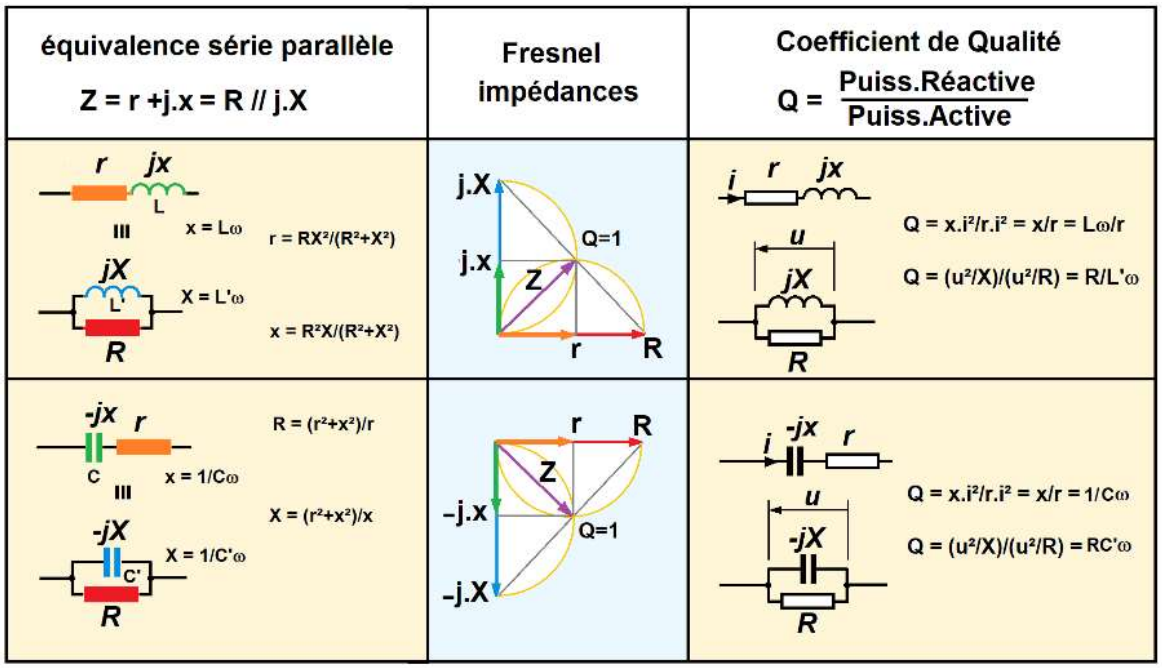


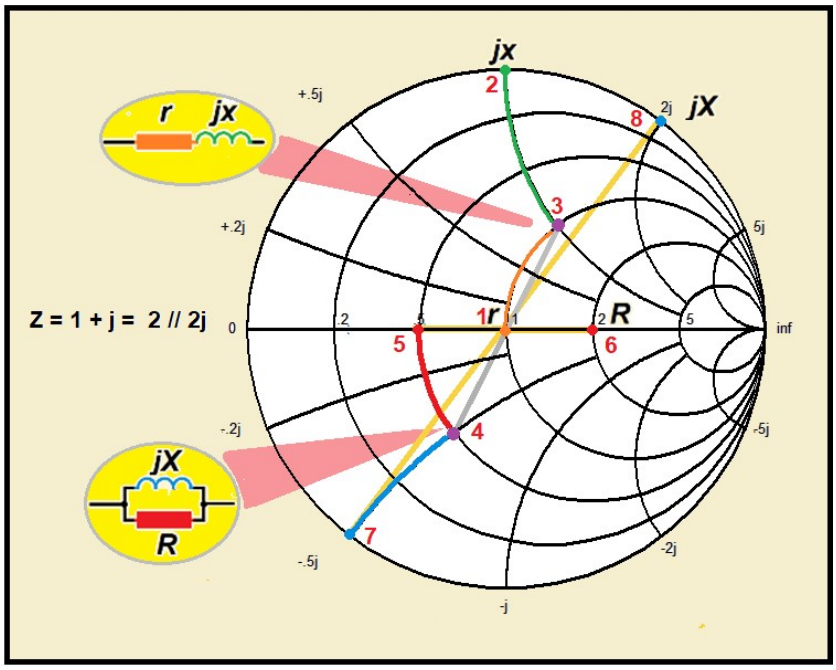
Si on utilise un abaque gradué en valeurs relatives (1 au centre), les points de tout l'abaque ne représentent que des nombres complexes à partie réelle positive et sans unités, sur le même abaque on pourra aussi bien représenter les impédances relatives z = Z/R0 que leur inverse les admittances relatives y = Y.R0. L'inverse d'une grandeur relative se situera au point diamétralement opposé.

Comme nous travaillons pour l'instant avec des grandeurs localisées (L et C), les déplacements (additions ou retranchement de valeurs) et les valeurs se font par la lecture des axes curvilignes.

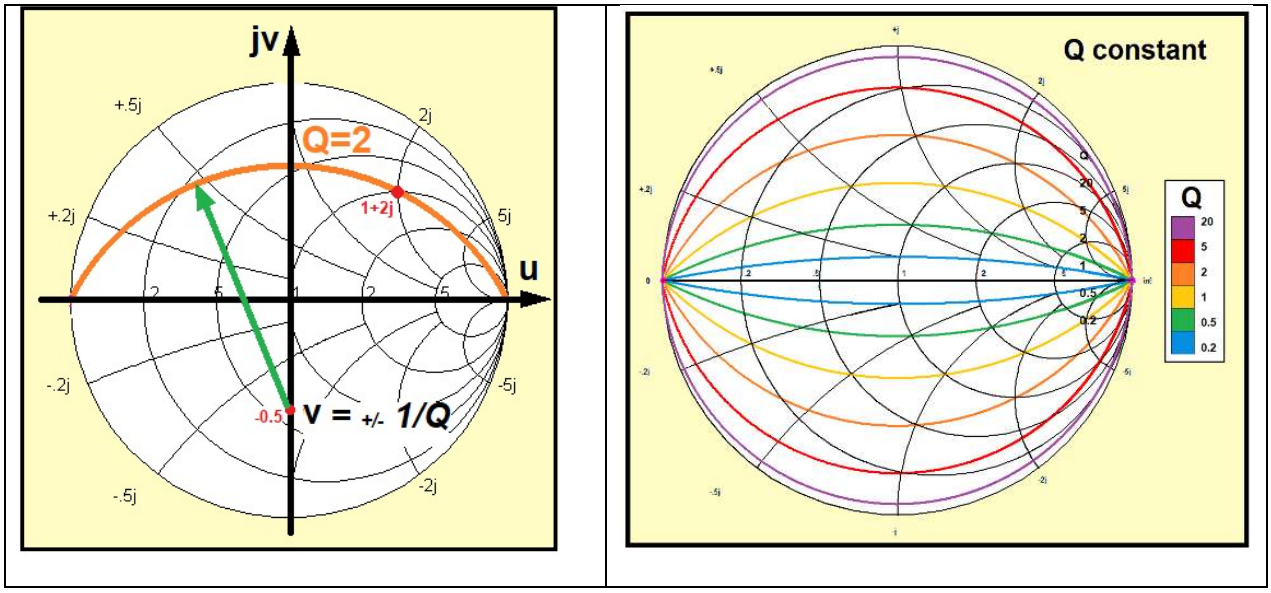
Lieu des impédances à coefficient Q constant : pour une impédance inductive ou capacitive, le coefficient de qualité **Q** est donné par le rapport de la puissance réactive par la puissance active dissipée : **Q** = Puissance réactive / Puissance active.

Pour une impédance inductive (**R, L**) nous avons vu avec les diagrammes de Fresnel que cette impédance pouvait avoir deux schémas équivalents, un du type série et un parallèle. La partie réelle est résistive **R** ou **r** et dissipe de la puissance (thermique, rayonnement), la partie imaginaire est la réactance, elle dépend de la fréquence **jX = jLω** et correspond à une énergie magnétique stockée.





Pour un circuit série on a **Q = x.i²/r.i² = x/r**, pour un circuit parallèle **Q = (u²/X)/(u²/R) = R/X**. Le résonnement est dual pour les impédances capacitives.

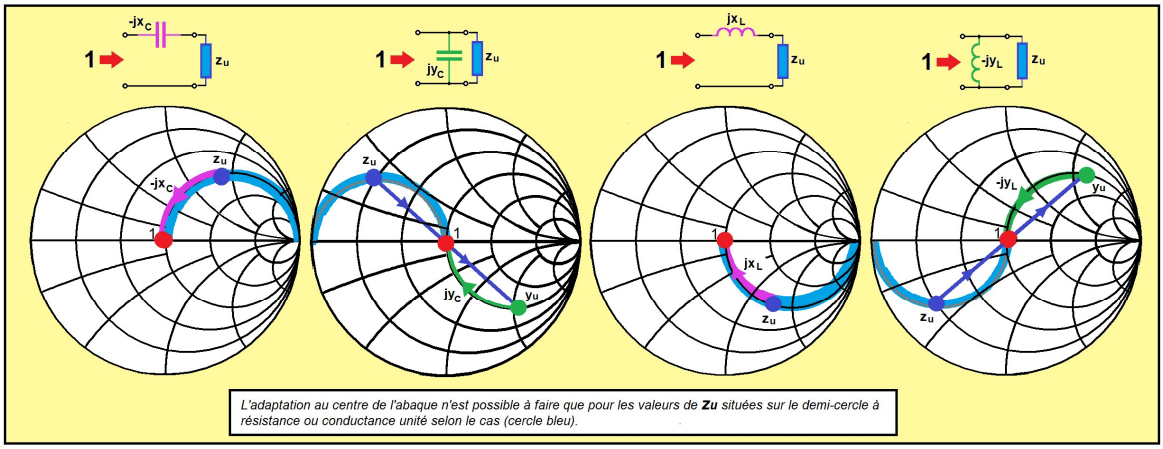


Construction :

L'ensemble des impédances inductives présentant le même coefficient de qualité **Q** est un arc de cercle, centré sur l'axe vertical **jv** à la position -**1/Q**. Un coefficient de qualité infini pour une inductance parfaite correspond au grand cercle de l'abaque.

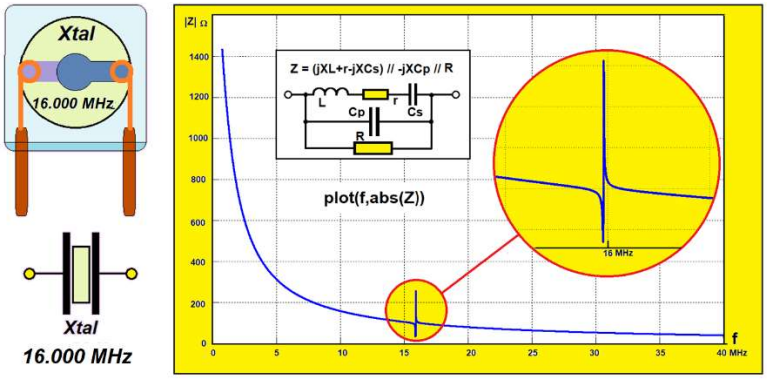
Compensation de la partie réactive pour une charge Zu partiellement adaptée : La charge **Zu** se situe sur le cercle réel unité des impédances ou sur celui des admittances, il reste à annuler la partie complexe avec une réactance de signe opposé en série ou en parallèle.

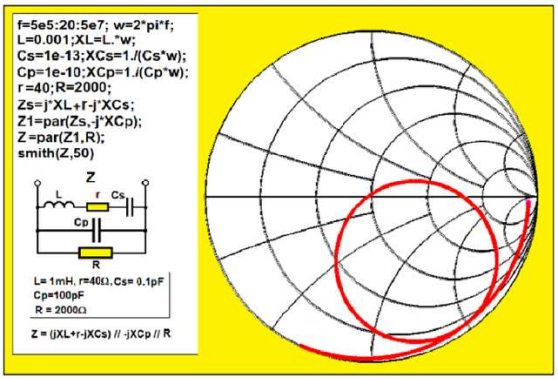
Comme nous travaillons pour l'instant avec des grandeurs localisées (**L** et **C**), les déplacements (additions ou retranchement de valeurs) et les valeurs se font par la lecture des axes curvilignes.



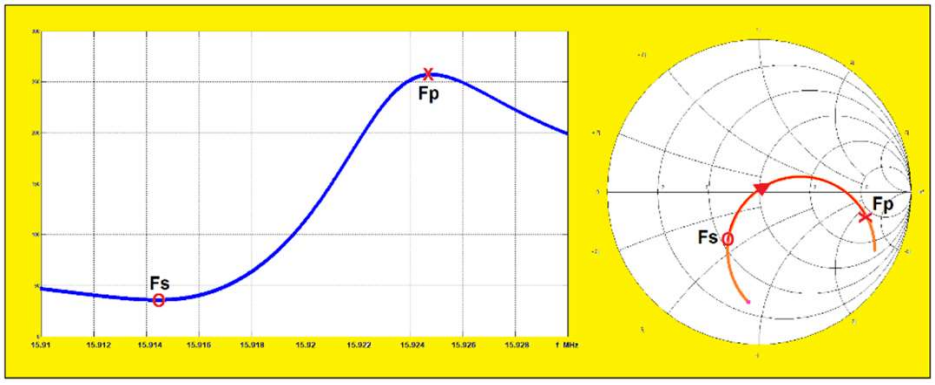
L'abaque de Smith, souvent matérialisé par la lecture des appareils de mesure d'impédance complexes comme l'analyseur vectoriel, permet de visualiser les performances des composants à très fort coefficient de qualité comme ici le quartz. Celui-ci présente une très grande variation d'impédance aux environs de la fréquence de résonnance, difficile à représenter sur un graphe cartésien, sur un abaque de Smith, la courbe d'évolution de l'impédance complexe est bien visible et exploitable.

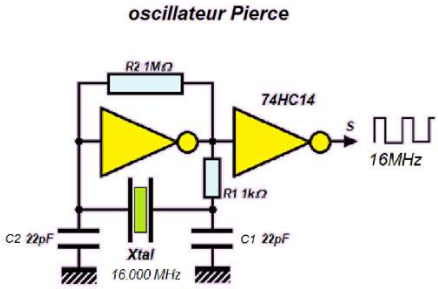
Courbe d'impédance d'un quartz parfait. Dans la réalité un quartz possède plusieurs résonnances parasites dus à d'autres modes de vibration ainsi que des partiels (*overtones*) de rang impair.





La mise en œuvre de moyen de mesure perfectionné permet, comme avec les VNA, de réaliser avec précision des montages électroniques comme ici un oscillateur Pierce. Le technicien ou l'amateur averti peut facilement effectuer ce type de réalisation pour des montages plus avancés que celui-ci, comme des amplificateurs RF avec les paramètres S ou les filtres de bande.





L'étude des oscillateurs fera l'objet d'une présentation spécifique.

Partie 2 (les circuits d'adaptation à constantes localisées LC), à suivre.